

استخراج جذر مکعب اعداد

طرح روش توسط محمد ظاهر رفعت فاریابی

۱۳۹۷

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

فهرست

صفحه

عنوان

الف.....	مقدمه
۱	تشریح طریقه استخراج جذر مکعب
۳	جذر مکعب اعدادی که دارای یک قسمت اعشاری باشد
۷	جذر مکعب کامل و جذر مکعب تقریبی
۱۴	جذر مکعب تقریبی Approximate
۲۴	جذر مکعب اعداد کسری
۲۷	محاسبه جذر مکعب اعداد منفی
۳۰	روش تحقیق
۳۲	نتایج
۳۲	تطبیقات

انکشاف علم و فرهنگ در جوامع جنگ زده و بحرانی نیاز مند کار و زحمت افراد متخصص و آگاه همان جامعه می باشد. مساعی آنها برای گذار از جهل و نادانی به یک جامعه مرفع یک امر ضروری و دین وطنی می باشد. بخاطر اداء دین و رسالت وطنی هریک از افراد تحصیل یافته جامعه ما باید در راستای بهبود اوضاع و احوال کشور تلاش لازمه را مبذول بدارند.

در گذشته برای محاسبه جذر مکعب از تیوری ها و روش های مختلف کار می گرفتند. از جمله آن روش ها میتوان از روش استخراج جذر مکعب توسط لوگارتیم، تیوری سلسله و بسط نیوتون نام برد، روش های دیگری نیز در زمینه موجود خواهد بود. که ما با آنها بدیت نداریم و آن روش های که ما در گذشته بدیت داشتیم مستلزم معلومات بیشتر بوده و از توان شاگردان دوره مکتب بالاتر می باشد.

در این مجموعه روش ساده ای که مشابه به روش استخراج جذر المربع است برای محاسبه جذر مکعب طرح گردیده مطابقت به سویه علمی شاگردان دوره ابتدائی مکاتب داردوآموزش آن برای همه سهل و ساده بوده و شاگردان مکتب با دانستن چهار عملیه حسابی قادر به آموختن آن می باشند.

نگارش این مجموعه در مرحله اول به روش تحلیلی بوده، جذور مکعب اعداد به شکل تحلیلی استخراج گردیده است.

در مرحله بعدی بعداز شرح کامل روش، روش استنباطی طرح می گردد که از محتوای روش فوق استنتاج میشود و تعیین ضریب جوار علامه را بعداز مرحله اول سهل و مختصرمی سازد. و از ضیاءوقت محاسبه جلوگیری بعمل می آورد.

نگارش این مجموعه از تجربیات روند کاری در امر تدریس و تحقیق پیرامون موضوع سرچشممه گرفته و نگارش یافته است. به یقین هر گونه کتب و رسالات خالی از نواقص نبوده که این هم جزئی از آنها بشمار میرود. فلهذا از حضور تمام دوستان و دست اندر کاران عرصه آرزو مندم با ملاحظه نواقص و کمبودی بنده را در جریان گذاشته و در رفع نواقص بالایم منت گذارند. تا در مراحل بعدی طبع و تکثیر نظریات اوشان باعث غنای کمی و کیفی موضوع مذکور گردد.

در اخیر لازم میدانم از مساعی ذوات محترمی که درمورد این مجموعه غور و تدقیق میدارند، قبلًا سپاس قلبی خویش را ابراز فرموده، برایشان از بارگاه رب العزت پاداش عظیم استدعا میدارم خداوند لایزال برایشان سعادت دارین نصیب بدارد.

تشریح طریقه استخراج جذر مکعب

فرصاً بخواهیم جذر مکعب عدد 30371328 را بدست آریم

۱- علامه جذر مکعب را بالای عدد متذکره مینویسیم از طرف راست شروع نموده عدد راسه سه خانه جدا نموده تحت هرسه خانه یک علامه () میگذاریم.

$$\sqrt[3]{3 \ 0 \ \underline{3 \ 7 \ 1} \ \underline{3 \ 2 \ 8}}$$

۲- حالا جدول مربعات و مکعب اعداد را از (۹-۱) ترتیب میدهیم

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81
x^3	1	8	27	64	125	216	343	512	729

۳- حالا عدد بزرگترین را که مکعب آن کمتر ویا مساوی به اولین جوره ارقام طرف چپ باشد بدست می آوریم درسوال فوق آن عدد عبارت از عدد ۳ بوده که مکعب آن $27 = 3^3$ میشود بالای علامه جذر نوشته و مربع عدد ۳ یعنی عدد ۹ را بطرف چپ علامه جذر می نویسیم

$$9 \sqrt[3]{3 \ 0 \ \underline{3 \ 7 \ 1} \ \underline{3 \ 2 \ 8}}^3$$

۴- عدد ۳ را ضرب عدد ۹ نموده در زیر عدد 30 نوشته از آن تفريط می کنیم.

$$\begin{array}{r} 3 \\ 9 \sqrt[3]{3 \ 0 \ \underline{3 \ 7 \ 1} \ \underline{3 \ 2 \ 8}} \\ \underline{-2 \ 7} \\ \hline 3 \ 3 \ 7 \ 1 \end{array}$$

۵- عدد 3 که بالای علامه جذر قرار دارد مربع نموده ضرب 300 می نمائیم

$$3^2 \times 300 = 2700$$

۶- عدد 3371 را بر عدد 2700 تقسیم میداریم که بیشتر از یک مرتبه ضرب حالا عدد 1 را بالای جذر نوشته ضرب عدد اولی یعنی 3 و عدد 30 نموده با عدد 2700 جمع نموده داریم.

$$30 \times 1 \times 3 = 90$$

$$2700 + 90 = 2790$$

- اکنون مربع عدد 1 را با عدد حاصله 2790 جمع نموده یعنی 2791 حاصل می شود عدد حاصله را بطرف

چپ علامه جذر نوشته ضرب عدد 1 نموده در زیر عدد 3371 می نویسیم از عدد 3371 عدد 2791 را

تفریق میداریم حاصل تفریق عدد 580 حاصل می گردد سه خانه طرف راست را پائین می نمائیم

عدد 580328 بدست می آید

$$\begin{array}{r}
 & 3 & 1 \\
 & \overline{3} & 0 & \underline{\underline{3}} & 7 & 1 & \underline{\underline{3}} & 2 & 8 \\
 9 & \underline{\underline{2}} & 7 \\
 \hline
 & 3 & 3 & 7 & 1 \\
 2791 & \underline{\underline{2}} & 7 & 9 & 1 \\
 \hline
 & 5 & 8 & 0 & 3 & 2 & 8
 \end{array}$$

- حالا عدد 31 یعنی عدد بالای جذر را مربع نموده ضرب عدد 300 می نمائیم.

$$(31)^2 \times 300 = 288300$$

- عدد 580328 را بالای عدد 288300 تقسیم میداریم

$$580328 \div 288300 = 2.012930974679154$$

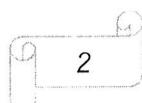
- عدد 2 را بالای علامه جذر بطرف راست عدد 31 می نویسیم و عدد 31 را

ضرب عدد 2 و عدد 30 نموده با مربع عدد 2 یعنی 4 جمع می نمائیم:

$$31 \times 2 \times 30 + 4 = 62 \times 30 + 1860 = 186011$$

عدد 288300 را عدد 1864 جمع می کنم و نتیجه حاصل جمع را بطرف چپ علامه جذر می نویسیم

$$288300 + 1864 = 290164$$



عدد 290164 را ضرب عدد 2 نموده در زیر عدد 580328 نوشته تفیق می کنیم درنتیجه صفر حاصل می گردد.

$$\begin{array}{r}
 & 3 & 1 & 2 \\
 & 3 & 0 & 3 & 7 & 1 & 3 & 2 & 8 \\
 9 & \underline{2} & 7 \\
 \hline
 & 3 & 3 & 7 & 1 \\
 2791 & \underline{2} & 7 & 9 & 1 \\
 \hline
 & 5 & 8 & 0 & 3 & 2 & 8 \\
 290164 & \underline{5} & 8 & 0 & 3 & 2 & 8 \\
 \hline
 & 0
 \end{array}$$

عدد 312 جذر مکعب عدد 30371328 است جهت رفع اشتباه میتوانیم عدد 312 را سه مرتبه به نفس اش ضرب نمائیم یعنی:

$$312 \times 312 \times 312 = (312)^2 \times 312$$

اگر عدد 30371328 بدست آمد عملیه درست در غیر آن جایی اشتباه صورت گرفته است.

$$(312)^2 \times 312 = 97344 \times 312 = 30371328$$

عملیه درست بوده صحت است.

جذر مکعب اعدادی که دارای یک قسمت اعشاری باشد

جهت بدست آوردن جذر مکعب یک عدد یکه دارای قسمت های تام و اعشاری داشته باشد از عین طریقه فوق الذکر کار گرفته می شود صرف تغییری که لازم پنداشته می شود عبارت از اهمیت دادن و در نظر گرفتن موقعیت علامه اعشاری است. طوریکه از حصه علامه شروع نموده و بدو طرف سه سه خانه جدا می کنیم. اگر تعداد ارقام قسمت تام طرف چپ کمتر از سه خانه باشد در صورت یک خانه بطرف چپ باقی بماند رقم مربوط در خانه جواب بزرگتر از (2) نمی باشد و هرگاه دو خانه بطرف چپ باقی بماند رقم مربوط در خانه جواب بزرگتر از عدد (4) نمی باشد و اگر تعداد ارقام قسمت اعشاری در حالت سه سه خانه جدا کردن کمتر از سه خانه باشد به عوض خانه های کمبود بطرف راست ارقام اعشاری به تعداد ضرورت یک صفر و یا دو صفر گذاشته تکمیل نموده بعداً به گرفتن جذر شروع و تابعی ادامه میدهم که نوبت به پائین نمودن سه خانه اول قسمت اعشاری بررسد. قبل از آنکه ارقام اعشاری را در عملیه بکار ببریم در قسمت جواب علامه اعشاری را گذاشته برای بدست آوردن قسمت اعشاری جواب مطابق به روش استخراج جذر مکعب عمل می کنیم. توضیحات فوق را بصورت عملی در مثال ذیل تطبیق میداریم.

مثال: می خواهیم جذر مکعب عدد 10021.812416 را بیابیم.

۱- بعد از قرار دادن عدد 10021.812416 به تحت علامه جذر مکعب از حصه اعشاری شروع نموده بدو طرف طوریکه مشاهده میکنید سه سه خانه جدا می کنیم.

$$\sqrt[3]{1 \ 0 \ 0 \ 2 \ 1. \ 8 \ 1 \ 2 \ 4 \ 1 \ 6}$$

۲- حصه آخری طرف چپ درین مثال عبارت از عدد 10 بوده عدد دو رقمی می باشد. پس عدد 2 که بزرگترین عددی می باشد که مکعب آن یعنی عدد 8 کوچکتر از عدد 10 می باشد بالای علامه جذر مکعب نوشته و مربع آن عدد 4 را بطرف چپ علامه جذر نوشته با عدد 2 ضرب نموده به زیر عدد 90 می نویسیم و تفریق می کنیم در نتیجه عدد 2 باقی می ماند بعداً سه خانه دیگر یعنی 021 را در جوار عدد 2 پائین می کنیم که عدد 2021 حاصل می شود.

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 1 \ 0 \ 0 \ 2 \ 1 . \ 8 \ 1 \ 2 \ 4 \ 1 \ 6 \\ 4 \overline{) 8 } \\ \hline 2 \ 0 \ 2 \ 1 \end{array}$$

حالا مربع عدد 2 یعنی 4 را ضرب عدد 300 نموده داریم:

$$4 \times 300 = 1200$$

عدد 2021 را بالای عدد 1200 تقسیم می نمائیم درنتیجه تفکر می بینم که بیشتر از یک مرتبه میرسد. پس عدد 1 را بالای علامه جذر بطرف راست عدد 2 مینویسیم و عدد 2 را ضرب عدد 1 و ضرب 30 نموده بعداً با مربع عدد 1 جمع می کنیم.

$$2 \times 1 \times 30 + 1 = 61$$

حال عدد 61 را با عدد 1200 جمع نموده به شکل ضریب بطرف چپ علامه جذر نوشته با عدد 1

ضرب نموده در زیر عدد 2021 نوشته می کنیم.

$$\begin{array}{r} 2 \ 1 \\ \hline 1 \ 0 \ 0 \ 2 \ 1 . \ 8 \ 1 \ 2 \ 4 \ 1 \ 6 \\ 4 \overline{) 8 } \\ \hline 2 \ 0 \ 2 \ 1 \\ - 1 \ 2 \ 6 \ 1 \\ \hline 7 \ 6 \ 0 \end{array}$$

حالا قبل از اینکه عدد 812 را پائین کنیم علامه اعشاری را در حصه جواب بعد از عدد 1 قرار داده عملیه گرفتن جذر را با پیروی از طریقه استخراج جذر مکعب اعداد تام، تا آخرین مرحله ادامه داده جواب را بدست می آوریم. برای دریافت ضریب عدد بالای علامه جذر یعنی عدد 21 را مربع نموده ضرب عدد 300 نموده داریم:

$$(21)^2 \times 300 = 132300$$

عدد 760812 را بالای عدد 132300 تقسیم می کنیم.

که بیشتر از 5 مرتبه میرسد. عدد 5 را بالای علامه جذر بعد از علامه اعشاری نوشته می کنیم عدد 5 را ضرب عدد 21 و عدد 300 نمایم عدد 3150 حاصل می شود. مربع عدد 5، 25 را نیز جمع نموده داریم:

$$3150 + 25 = 3175$$

عدد 3175 را با عدد 132300 جمع می کنیم. عدد 135475 حاصل می گردد عدد حاصله را

بطرف چپ علامه جذر به شکل ضریب نوشته با عدد 5 ضرب نموده در زیر عدد 760812 نوشته تفریق می کنیم که عدد 83437 از نتیجه عمل طرح حاصل می گردد.

21.5

$$\begin{array}{r}
 & 1 & 0 & \underline{0} & 2 & 1 & . & \underline{8} & 1 & 2 & \underline{4} & 1 & 6 \\
 - & 8 & & & & & & & & & & & & \\
 \hline
 & 2 & 0 & 2 & 1 & & & & & & & & & \\
 & 1 & 2 & 6 & 1 & & & & & & & & & \\
 \hline
 & 7 & 6 & 0 & 8 & 1 & 2 & & & & & & & \\
 - & 6 & 7 & 7 & 3 & 7 & 5 & & & & & & & \\
 \hline
 & 8 & 3 & 4 & 3 & 7 & & & & & & & &
 \end{array}$$

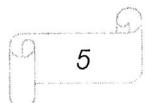
حالا باز هم در پهلوی عدد 83437 سه رقم باقیمانده طرف راست یعنی عدد 416 را پائین

می کنیم.

که عدد 83437416 حاصل می شود. بخاطر دریافت ضریب وجواب رقم بعدی عدد 215 را

مربع نموده با عدد 300 ضرب می کنیم:

$$(215)^2 \times 300 = 46225 \times 300 = 13867500$$



عدد 83437416 را بالای عدد 13867500 تقسیم می کنیم در نتیجه عمل تقسیم قسمت تمام 6 بوده که بالای علامه جذر درجای جواب در پهلوی عدد 21.5 عدد 6 را می نویسیم که حاصل می شود. باز عدد 6 را ضرب عدد 215 و ضرب 30 نموده داریم:

$$6 \times 215 \times 30 = 38700$$

عدد 38700 را با مربع عدد 6 یعنی 36 جمع می کنیم:

$$38700 + 36 = 38736$$

عدد 38736 را با عدد 13867500 جمع می کنیم:

$$13867500 + 38736 = 13906236$$

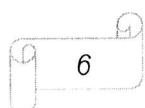
عدد حاصله را به شکل ضریب بطرف چپ علامه اعشاری نوشته با عدد 6 ضرب نموده حاصل ضرب

را در زیر عدد 83437416 نوشته تفریق می کنیم.

$$\begin{array}{r}
 & 2 & 1 & 5 & 6 \\
 \hline
 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 8 & 1 & 2 & 4 & 1 & 6 \\
 - & 8 & & & & & & & & & \\
 \hline
 & 2 & 0 & 2 & 1 \\
 & 1 & 2 & 6 & 1 \\
 \hline
 & 7 & 6 & 0 & 8 & 1 & 2 \\
 & 6 & 7 & 7 & 3 & 7 & 5 \\
 \hline
 & 8 & 3 & 4 & 3 & 7 & 4 & 1 & 6 \\
 & 8 & 3 & 4 & 3 & 7 & 4 & 1 & 6 \\
 \hline
 & 0
 \end{array}$$

نتیجه عمل تفریق عدد صفر حاصل گردید بنابراین جذر مکعب عدد $\sqrt[3]{10021,812416} = 21.56$ است
امتحان: عدد 21.56 سه مرتبه به نفس خودش ضرب می نمائیم اگر عدد مطلوب در نتیجه حاصل گردد عملیه درست بوده در غیر این امکان اشتباه وجود دارد

$$\begin{aligned}
 (21.56)^3 &= 21.56 \times 21.56 \times 21.56 \\
 &= (21.56)^2 \times 21.56 \\
 &= 464.8336 \times 21.56 \\
 &= 10021.812416
 \end{aligned}$$



جذر مکعب کامل و جذر مکعب تقریبی

عده از اعداد دارای جذر مکعب کامل بوده و قیمت حقیقی جذر مکعب آنها را میتوانیم به سهولت محاسبه نمائیم بطور مثال جذر مکعب اعداد 35791، 8120601، 3048625، 4913، --- وغیره را که کامل بوده می توانیم بدست آریم . لکن اعداد زیادی وجود دارند که با دقت چند خانه اعشاری نیز میتوانیم جذر مکعب شانرا بدست آوریم بطور مثال جذر مکعب عدد 1002.812416 که عبارت از عدد 21.56 جذر مکعب کامل آن بوده در مثال قبلی آن را محاسبه نموده ایم و هكذا پاره از اعداد وجود دارند که قیمت جذور چنین اعداد را نظر به ضرورت تا چند خانه اعشاری بدست آورده و قیمت های آنها بسیار دقیق بیشتر بنام جذر مکعب تقریبی یاد می کنیم بطور مثال جذور مکعب اعداد $\sqrt[3]{126}$, $\sqrt[3]{25}$, $\sqrt[3]{10}$ را که دارای قیمت تقریبی بوده مورد مطالعه قرار میدهم. اولاً جذور مکعب اعدادی که دارای جذر کامل و در فوق از آنها یاد آوری گردیده محاسبه می کنیم و بعداً جذور تقریبی اعداد فوق الذکر را :

1- میخواهیم جذر مکعب عدد 357911 را محاسبه کنیم :

عدد 357911 را تحت علامه جذر مکعب قرار داده از راست به چپ سه سه خانه جدا می کنیم:

$$\sqrt[3]{3 \quad 5 \quad 7 \quad 9 \quad 1 \quad 1}$$

عدد 357 را در جدول مکعبات ملاحظه می کنیم که عدد 357 در بین مکعبات کدام اعداد موقعیت دارد.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81
x^3	1	8	27	64	125	216	343	512	729

از جدول به وضاحت معلوم می شود بین مکعبات اعداد 7 و 8 قرار دارد عدد 7 را بالای جذر در جای جواب نوشته و مربع آن عدد 49 را بطرف چپ علامه جذر می نویسیم. حالا حاصل ضرب عدد 49 با عدد 7 را در زیر عدد 357 نوشته طرح می کنیم عدد 14 حاصل تفریق می باشد در پهلوی راست عدد 14 سه رقم دیگر یعنی عدد 911 را پائین می کنیم عدد 14911 حاصل می گردد.

$$\begin{array}{r}
 & 7 \\
 & \hline
 3 & 5 & 7 & 9 & 1 & 1 \\
 4 & 9 & \overline{-} & 3 & 4 & 3 \\
 & \hline
 & 1 & 4 & 9 & 1 & 1
 \end{array}$$

بخاطر تعیین نمودن رقم دوم جواب مربع عدد 7 یعنی 49 را ضرب 300 نموده بالای عدد 14911

تقسیم می کنیم که بشیتر از یک مرتبه پس قیمت رقم دوم یک بوده آن را بالای علامه جذر بطرف راست

عدد 7 می نویسیم حالا هر دو رقم یعنی 7 و 1 را با هم ضرب نموده باز با عدد 30 ضرب می کنیم عدد 210

حاصل می شود 210 را با مربع عدد 1 جمع می کنیم عدد 211 حاصل می شود عدد 211 را با عدد

14700 که از حاصل ضرب مربع عدد 7 با عدد 300 حاصل شده جمع می کنیم عدد 14911 حاصل

می شود حالا عدد 1 با 14911 ضرب نموده از عدد تحت جذر تفریق می کنیم:

$$\begin{array}{r}
 7 & 1 \\
 & \hline
 3 & 5 & 7 & 9 & 1 & 1 \\
 4 & 9 & \overline{-} & 3 & 4 & 3 \\
 & \hline
 & 1 & 4 & 9 & 1 & 1 \\
 & - & 1 & 4 & 9 & 1 & 1 \\
 & \hline
 & & & & & 0 \\
 1 & 4 & 9 & 1 & 1 & \\
 & \overline{-} & 3 & & & \\
 & & & & &
 \end{array}$$

نتیجه حاصل تفریق صفر بوده پس عدد 71 جذر مکعب کامل عدد 357911 می باشد.

- ۲- می خواهیم جذر مکعب عدد 8120601 را محاسبه کنیم

عدد 8120601 را تحت علامه جذر مکعب می نویسیم از راست سه سه خانه جدا می کنیم.

$$\sqrt[3]{8 \quad 1 \quad 2 \quad 0 \quad 6 \quad 0 \quad 1}$$



عدد 8 بطرف چپ تنها باقی ماند حال در جدول مکعبات ملاحظه می کنیم:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81
x^3	1	8	27	64	125	216	343	512	729

که مکعب عدد 2 مساوی به 8 بوده 2 را بالای علامه جذر و مربع عدد 2، عدد 4 را به شکل ضریب می نویسیم و حاصل ضرب هر دو را تحت عدد 8 که در زیر جذر مکعب قرار دارد می نویسیم چیزی از حاصل تفریق باقی نمی ماند عدد 120 را پائین می کنیم.

$$\begin{array}{r}
 & & 2 \\
 & & \hline
 & 8 & 1 & 2 & 0 & 6 & 0 & 1 \\
 4 \sqrt[3]{} & 8 \\
 & \hline
 & 1 & 2 & 0
 \end{array}$$

هرگاه حاصل ضرب مربع عدد 2 را با عدد 300 که عبارت از 1200 است بالای عدد 120 قابل تقسیم نبوده بدین لحاظ بالای جذر در جوار عدد 2 یک صفر اضافه نموده عدد 601 را پائین می کنیم.

$$\begin{array}{r}
 & & 2 & 0 \\
 & & \hline
 & 8 & 1 & 2 & 0 & 6 & 0 & 1 \\
 4 \sqrt[3]{} & 8 \\
 & \hline
 & 1 & 2 & 0 & 6 & 0 & 1
 \end{array}$$

حالا بخارط بدهست آوردن رقم بعدی عدد 20 را مربع نموده با عدد 300 ضرب می کنیم که حاصل ضرب عدد 120000 حاصل شد. حالا به وضاحت معلوم میشود که 120601 بر عدد 120000 تقسیم شود قسمت تمام خارج قسمت عدد 1 حاصل می گردد عدد 1 رادر پهلوی راست عدد 20 بالای علامه جذر مینویسیم و هکذا حاصل ضرب عدد 1 و 20 یعنی عدد 20 را ضرب 30 نمائیم عدد 600 حاصل می شود با مربع عدد 1 جمع نموده داریم: $600 + 1 = 601$ اکنون عدد 601 حاصله را با عدد 120000 جمع نموده بطرف چپ علامه جذر نوشته با عدد 1 ضرب نموده حاصل ضرب را تحت اعداد تحت جذر نوشته می کنیم. و تفریق میداریم:

$$\begin{array}{r}
 & 2 & 0 & 1 \\
 & \overline{)8} & 1 & 2 & 0 & 6 & 0 & 1 \\
 4 & \sqrt[3]{8} & & & & & & \\
 & - 8 & & & & & & \\
 & \hline & 1 & 2 & 0 & 6 & 0 & 1 \\
 & - 1 & 2 & 0 & 6 & 0 & 1 & \\
 \hline & 1 & 2 & 0 & 6 & 0 & 1 \\
 1 & 2 & 0 & 6 & 0 & 1 & \hline & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{array}$$

چیزی باقی نمی ماند پس عدد 201 جذر مکعب کامل عدد 8120601 می باشد.

-۳- می خواهیم جذر مکعب عدد 3048625 را بدهست آوریم عدد 3048625 را تحت علامه جذر مکعب نوشته از راست به چپ سه سه خانه جدا می کنیم عدد 3 تنها باقی می ماند

$$\sqrt[3]{3 \quad 0 \quad 4 \quad 8 \quad 6 \quad 2 \quad 5}$$

عدد 3 بین مکعبات اعداد 1 و 2 موقعیت دارد. عدد 1 را بالای علامه در جای جواب نوشته و مربع آن عدد 1 را بطرف چپ علامه جذر می نویسیم و حاصل ضرب هر دو را تحت عدد 3 نوشته تفریق می کنیم. عدد 2 باقی ماند سه خانه دیگر یعنی عدد 2048 را بطرف راست عدد 2 پائین می کنیم عدد 2048 حاصل می شود.

$$\begin{array}{r}
 & 1 \\
 & \hline
 3 & 0 & 4 & 8 & 6 & 2 & 5 \\
 1 & \sqrt[3]{1} \\
 & \hline
 & 2 & 0 & 4 & 8
 \end{array}$$

برای تعیین رقم دوم جواب مربع عدد 1 را ضرب عدد 300 نموده بالای عدد 2048 تقسیم می نمائیم. چون حاصل تقسیم بیشتر از عدد 6 بوده و در تشکیل ضریب حاصل ضرب رقم دوم بیشتر از عدد مطلوب می باشد پس عدد 4 را انتخاب نموده بالای علامه جذر مکعب در پهلوی راست عدد 1 می نویسیم. عدد 1 را ضرب عدد 4 نموده ضرب عدد 30 می کنیم.

$$1 \times 4 \times 30 = 120$$

عدد 120 را با مربع عدد 4 یعنی عدد 16 جمع می کنیم

$$120 + 16 = 136$$

اکنون عدد 300 را بالای 136 جمع می کنیم.

$$300 + 136 = 436$$

عدد 436 را بطرف چپ علامه جذر مکعب نوشته با عدد 4 ضرب نموده حاصل ضرب

را تحت عدد تحت جذر یعنی 2048 نوشته نموده تفریق می داریم عدد حاصل تفریق 304 می باشد. سه

خانه دیگر یعنی عدد 625 را بطرف راست عدد 304 پائین می کنیم. عدد 304625 تشکیل می گردد.

$$\begin{array}{r}
 & 1 \quad 4 \\
 & \overline{\quad\quad\quad} \\
 1 \sqrt[3]{3 \quad 0 \quad 4 \quad 8 \quad 6 \quad 2 \quad 5} \\
 & \underline{-} \quad 1 \\
 & \overline{\quad\quad\quad} \\
 & 2 \quad 0 \quad 4 \quad 8 \\
 & \underline{-} \quad 1 \quad 7 \quad 4 \quad 4 \\
 & \overline{\quad\quad\quad} \\
 & 3 \quad 0 \quad 4 \quad 6 \quad 2 \quad 5
 \end{array}$$

برای تعیین رقم بعدی ۱۴ را مربع ساخته ضرب عدد ۳۰۰ نموده داریم.

$$(14)^2 \times 300 = 58800$$

عدد ۳۰۴۶۲۵ را به عدد ۵۸۸۰۰ تقسیم کنیم حاصل تقسیم عبارت از ۵.۱۸ بوده پس

عدد ۵ رقم بعدی بوده آن را بالای علامه جذر در پهلوی راست عدد ۱۴ نوشته می کنیم که عدد بالای جذر ۱۴۵ می شود برای تشکیل ضریب طرف چپ علامه جذر عدد ۱۴ را با عدد ۵ ضرب نموده حاصل ضرب را ضرب عدد ۳۰ نموده داریم:

$$14 \times 5 \times 30 = 14 \times 150 = 2100$$

عدد ۲۱۰۰ را با مربع عدد ۵ یعنی ۲۵ جمع می کنیم:

$$2100 + 25 = 2125$$

عدد ۲۱۲۵ را با عدد ۵۸۸۰۰ جمع نموده داریم

$$58800 + 2125 = 60925$$

حال ضریب عدد ۶۰۹۲۵ را بطرف چپ علامه جذر نوشته آن را ضرب عدد ۵ نموده در زیر

عدد ۳۰۴۶۲۵ نوشته تفریق می کنیم:

$$\begin{array}{r}
 & 1 \ 4 \ 5 \\
 & \overline{3 \ 0 \ 4 \ 8 \ 6 \ 2 \ 5} \\
 1 \sqrt[3]{-1} & \\
 & \boxed{2 \ 0 \ 4 \ 8} \\
 & \boxed{4 \ 3 \ 6} \quad \boxed{1 \ 7 \ 4 \ 4} \\
 & \boxed{3 \ 0 \ 4 \ 6 \ 2 \ 5} \\
 & \boxed{6 \ 0 \ 9 \ 2 \ 5} \quad \boxed{3 \ 0 \ 4 \ 6 \ 2 \ 5} \\
 & \boxed{0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0} \quad \boxed{0}
 \end{array}$$

حاصل تفریق صفر بوده پس عدد 145 جذر مکعب کامل عدد 3048625 می باشد.

۴- می خواهیم جذر مکعب عدد 4913 را بدست آریم اولاً عدد 4913 را تحت علامه جذر مکعب قرار داده آن را از راست به چپ سه سه خانه جدا می کنیم عدد 4 تنها باقی میماند عدد 4 بین مکعبات عدد (1 و 2) موقعیت داشته بناعدد 1 را بالای علامه جذر در جای جواب نوشته و مربع آن عدد 1 را بطرف چپ علامه جذر می نویسیم و حاصل ضرب هردو را تحت عدد 4 نوشته تفریق می کنیم عدد 3 باقی می ماند. سه رقم دیگر یعنی عدد 913 را بطرف راست عدد 3 پائین نمائیم عدد 3913 حاصل می شود.

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 \overline{4 \ 9 \ 1 \ 3} \\
 1 \sqrt{-1} \\
 \boxed{3 \ 9 \ 1 \ 3}
 \end{array}$$

حالا عدد 7 را رقم بعدی انتخاب نموده بالای علامه جذر بطرف راست عدد 1 نوشته می کنیم. اولاً عدد 1 را ضرب 300 نموده بعداً عدد 1 را ضرب عدد 7 و ضرب عدد 30 نموده با مربع عدد 7 یعنی 49 جمع میکنیم:

$$1 \times 300 = 300$$

$$1 \times 7 = 7$$

$$7 \times 30 = 210$$

$$210 + 49 = 259$$

عدد 300 را با عدد 259 جمع نموده داریم:

$$259 + 300 = 559$$

عدد 559 را بطرف چپ علامه جذر نوشته با عدد 7 ضرب نموده حاصل ضرب را تحت عدد تحت جذر نوشته تفریق می کنیم.

در نتیجه حاصل تفریق صفر بوده پس 17 جذر مکعب کامل عدد 4913 می باشد.

$$\begin{array}{r}
 & 17 \\
 & \hline
 4913 & \\
 -1 & \hline
 3913 & \\
 -3913 & \hline
 0000
 \end{array}$$

جذر مکعب تقریبی Approximate Cube Root

چنانچه قبلًا یاد آور شدیم اعدادی مانند: $\sqrt[3]{126}, \sqrt[3]{25}, \sqrt[3]{8}, \sqrt[3]{10}, \dots$ وغیره دارای قیمت

تقریبی بوده که هریک را در ذیل مورد بررسی قرار میدهیم

۱- می خواهیم جذر مکعب عدد 10 را حساب کنیم عدد 10 را تحت علامه جذر مکعب قرار داده داریم.

$$\sqrt[3]{10}$$

درج‌دول مکعبات ملاحظه می کنیم که:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81
x^3	1	8	27	64	125	216	343	512	729

عدد 10 بین مکعبات اعداد (2 و 3) موقعیت دارد بنابراین عدد 2 را بالای علامه جذر درجای جواب نوشته و

مربع آن عدد 4 را بطرف چپ علامه جذر مینویسیم عدد 2 را با عدد 4 ضرب نموده حاصل ضرب

عدد 8 را تحت عدد 10 نوشته طرح می کنیم درنتیجه عمل طرح عدد 2 باقی میماند.

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 4 \sqrt[3]{10} \\ -8 \\ \hline 2 \end{array}$$

اعشاریه در پهلوی عدد 2 که بالای علامه جذر موقعیت دارد نوشته سه صفر بطرف راست عدد 2 تحت جذر می نویسیم که عدد 2000 تشکیل می گردد جهت تعیین نمودن رقم بعدی مربع عدد 2 یعنی 4 را ضرب عدد 300 نمائیم عدد 1200 حاصل می شود عدد 2000 را بالای عدد 1200 تقسیم نمائیم عدد 1.6 حاصل می شود که قسمت تام آن عدد 1 بوده پس عدد 1 را بالای علامه جذر مکعب در پهلوی علامه اعشاری نوشته می کنیم و هکذا برای تعیین ضریب عدد 1 را ضرب 2 و ضرب عدد 30 نموده با مربع عدد 1 جمع می کنیم:

$$4 \times 2 \times 30 = 61$$

عدد حاصله 61 را با عدد 200 جمع می نمائیم عدد 1261 حاصل می شود 1261 را بطرف چپ علامه جذر بشكل ضریب نوشته عدد 1 را با آن ضرب نموده حاصل ضرب را تحت عدد تحت جذر یعنی در زیر عدد 2000 می نویسیم و تفریق میداریم:

$$\begin{array}{r} 2.1 \\ \hline 4 \sqrt[3]{10} \\ -8 \\ \hline 2000 \\ -1261 \\ \hline 739 \end{array}$$

عدد 739 باقی میماند. سه صفر بطرف راست عدد 739000 میگذاریم که عدد 739000 شود عدد بالای جذر، عدد 2.1 را عدد 21 فرض نموده مربع آن را ضرب عدد 300 نموده حاصل میداریم که:

$$(21)^2 \times 300 = 441 \times 300 = 132300$$

عدد 739000 را بالای عدد 132300 تقسیم نموده داریم:

$$739000 \div 132300 = 5.58579$$

حال عدد 5 را بالای علامه جذر پهلوی عدد 2.1 می نویسیم که عدد بالای علامه جذر 2.15 می گردد.

عدد 5 را ضرب عدد 21 نموده داریم:

$$5 \times 21 = 105$$

عدد 105 را ضرب عدد 30 نموده داریم:

$$105 \times 30 = 3150$$

عدد 3150 را با مربع عدد 5 یعنی 25 جمع می کنیم:

$$3150 + 25 = 3175$$

عدد حاصله 3175 را با عدد 132300 جمع می کنیم:

$$132300 + 3175 = 135475$$

عدد حاصله 135475 را با شکل ضریب بطرف چپ علامه جذر مکعب نوشته ضرب عدد 5 نموده حاصل

ضرب راتحت عدد جذر نوشته تفیریق می کنیم.

$$\begin{array}{r}
 & 2.15 \\
 & \overline{10} \\
 4 \sqrt{3} & \overline{-8} \\
 \\
 & 2000 \\
 1261 & \overline{-1261} \\
 \\
 & 739000 \\
 -677375 & \overline{61625}
 \end{array}$$

درنتیجه عمل طرح عدد 61625 باقی میماند. برای تعیین رقم بعدی جذر عدد 2.15 را عدد 215 فرض

نموده مربع عدد مذکور را ضرب عدد 300 نموده حاصل میداریم که:

$$(215)^2 \times 300 = 13867500$$

چون عدد 61625 بالای عدد 13867500 قابل تقسیم نبوده پس بطرف چپ عدد 61625 سه صفر میگذاریم که عدد 61625000 حاصل می شود. حال عدد 61625000 را بر عدد 13867500 تقسیم نموده داریم:

$$61625000 \div 13867500 = 4.4$$

ازینجا استنباط می گردد که رقم بعدی عدد 4 می باشد. عدد 4 را بالای علامه جذر بطرف راست عدد 2.15 می نویسیم که عدد بالای علامه جذر عدد 2.154 می گردد.

$$215 \times 4 = 860$$

عدد حاصل شده 860 را ضرب عدد 3 نموده داریم:

$$860 \times 30 = 25800$$

عدد 25800 را مربع عدد 4 یعنی 16 جمع می کنیم:

$$25800 + 16 = 26816$$

عدد 26816 را با عدد 13867500 جمع نموده داریم

$$13867500 + 26816 = 13893316$$

عدد 13893316 را بطرف چپ علامه جذر میتوانیم و عدد مذکور را ضرب عدد 4 نموده حاصل

ضرب را تحت عدد تحت جذرنوشته می کنیم.

$$\begin{array}{r}
 & 2 & 1 & 5 & 4 \\
 \hline
 & 1 & 0 \\
 4 \sqrt{3} & - 8 \\
 \hline
 & 2 & 0 & 0 & 0 \\
 & 1 & 2 & 6 & 1 \\
 \hline
 & 7 & 3 & 9 & 0 & 0 & 0 \\
 & 6 & 7 & 7 & 3 & 7 & 5 \\
 \hline
 & 6 & 1 & 6 & 2 & 5 & 0 & 0 & 0 \\
 & 5 & 5 & 5 & 7 & 3 & 2 & 6 & 4 \\
 \hline
 & 6 & 0 & 5 & 1 & 7 & 3 & 6
 \end{array}$$

بازاگر خواسته باشیم بهمین منوال چند رقم دیگر را نیز محاسبه می کنیم. درین سوال به همین سه رقم بعداز اعشاری اکتفاء نموده می نویسیم:

$$\sqrt[3]{10} \approx 2.154$$

۳- می خواهیم جذر مکعب عدد ۲۵ را حساب کنیم. اولاً عدد ۲۵ را تحت علامه جذر مکعب قرار داده می بینیم که عدد ۲۵ بین مکعبات اعداد ۸ و ۲۷ قرار داشته پس عدد ۲ را بالای علامه جذر به جای جواب قرار داده و مربع آن عدد ۴ را بطرف چپ علامه به شکل ضریب نوشته با عدد ۲ ضرب نموده حاصل ضرب عدد ۸ را در زیر عدد ۲۵ نوشته عدد ۸ را تغییر علامه داده با عدد ۲۵ جمع می کنیم:

پس در بالای علامه جذر پهلوی عدد ۲ علامه اعشاری گذاشته سه صفر بطرف چپ عدد حاصل جمع که در تحت جذر قرار دارد مینویسیم. حال بخاطر تعیین رقم بعدی مربع عدد ۲ یعنی ۴ را ضرب ۳۰۰ نموده داریم:

$$4 \times 300 = 1200$$

به وضاحت معلوم می شود که عدد ۱۷۰۰۰ بالای ۱۲۰۰ بیشتر از ۹ مرتبه میرسد. رقم بعدی را عدد ۹ انتخاب نموده بالای علامه جذر بطرف راست علامه اعشاری نوشته می کنیم. حال عدد ۹ را ضرب ۲ و حاصل ضرب این هر دو را ضرب عدد ۳۰ نموده داریم:

$$2 \times 9 = 18$$

$$81 \times 30 = 540$$

عدد ۱۸۲ را بطرف چپ علامه جذر به شکل ضریب نوشته و با عدد ۹ ضرب نموده حاصل ضرب را تحت عدد تحت جذر نوشته تغییر علامه داده جمع می کنیم.

$$\begin{array}{r}
 & 2 \cdot 9 \\
 & \overline{2 \cdot 5} \\
 4 \sqrt{3} & - 8 \\
 & \overline{1 \cdot 7 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0} \\
 \\
 1 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 1 & - 1 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 9 \\
 & \overline{6 \cdot 1 \cdot 1}
 \end{array}$$

بازهم بطرف راست ارقام باقیمانده سه صفر میگذاریم که عدد 611000 حاصل میشود. باز باخاطر تعیین رقم بعدی عدد 2.9 را عدد 29 فرض نموده آن را مربع ساخته و مربع آنرا سه صد چند می نمائیم که عدد 252300 حاصل می شود از مقایسه این عدد و عدد تحت جذر میتوان رقم بعدی را عدد 2 انتخاب نموده عدد 2 را بالای علامه جذر بطرف راست عدد 2.9 نوشته عملیات ذیل انجام میدهیم عدد 29 را ضرب عدد 2 و ضرب عدد 30 نموده با مربع عدد 2 یعنی 4 جمع می کنیم:

$$29 \times 2 \times 30 + 4 = 29 \times 60 + 4 = 1740 + 4 = 1744$$

عدد حاصله 1744 را با عدد قبلی 252300 جمع می کنیم که عدد 254044 حاصل می گردد.

عدد حاصله را به شکل ضرب بطرف چپ علامه جذر نوشته و حاصل ضرب را تحت عدد 611000 که در تحت جذر موقعیت دارد تحریر نموده بعذار تغییر دادن علامه جمع می کنیم عدد 102912 حاصل می شود.

$$\begin{array}{r}
 & 292 \\
 & \boxed{25} \\
 4 \sqrt[3]{17000} & - 8 \\
 & \hline
 & 1700
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1821 \quad \cdot 16389 \\
 \hline
 611000 \\
 - 508088 \\
 \hline
 10291200
 \end{array}$$

با زهم جهت تعیین رقم بعدی عدد 292 را مربع ساخته ضرب عدد 300 نموده داریم

$$292 \times 292 = 85264$$

$$85264 \times 300 = 25579200$$

چون عدد تحت جذر شش رقمی بوده عدد فوق هشت رقمی است در پهلوی راست عدد تحت جذر طبق تعاملات قبل بازهم سه صفر قرار میدهیم که به یک عدد 9 رقمی مبدل می‌گردد. از حاصل تقسیم این اعداد نتیجه می‌گردد که عدد یا رقم دیگر جذر عدد 4 است. عدد 4 را بالای علامه جذر طرف راست عدد 2.92 نوشته می‌کنیم که عدد 4.92 حاصل می‌شود اگرخواسته باشیم مراحل بیشتر را تعقیب کنیم برای عدد 4 ضریب را چنین محاسبه می‌کنیم اولاً عدد 4 را ضرب عدد 292 نموده داریم:

$$4 \times 292 = 1168$$

عدد 1168 را ضرب عدد 30 می‌کنیم

$$1168 \times 30 = 35040$$

باعده 35040 مربع عدد 4 یعنی 16 را جمع می‌کنیم

$$35040 + 16 = 35056$$

عدمذکور را باعده 25579200 که قبلاً دریافت نموده ایم جمع می‌کنیم.

$$25579200 + 35056 = 25614256$$

عدد 25614256 را بطرف چپ علامه نوشته با عدد 4 ضرب نموده با دادن تغییر علامه همراه با عدد 9 رقمی تحت جذر جمع می‌کنیم در نتیجه عدد 454976 تحت جذر باقی می‌ماند و اگرخواسته باشیم رقم بیشتر را بدست آریم مراحل فوق را بازهم تکرار میداریم برای فعلاً سه رقم بعد از اعشاریه دریافت نموده ایم اکتفا می‌کنیم.

$$\begin{array}{r}
 2.924 \\
 \hline
 25 \\
 -8 \\
 \hline
 17000 \\
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1821 \\
 -16389 \\
 \hline
 611000 \\
 -508088 \\
 \hline
 102912000 \\
 -102457024 \\
 \hline
 454976
 \end{array}$$

$$25614256$$

$$\sqrt[3]{25} \approx 2,924$$

۴ - می خواهیم جذر مکعب عدد 126 را محاسبه نمائیم اولاً عدد 126 را تحت علامه جذر قرار داده می بینیم که عدد 126 بین مکعبات کدام اعداد موقعیت دارد با مراجعه بجدول مکعبات معلوم می شود که عدد 126 بین مکعبات اعداد (6 و 5) قرار دارد.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81
x^3	1	8	27	64	125	216	343	512	729

بنابراین عدد 5 را بالای علامه جذر در جای جواب نوشته و مربع 5 یعنی عدد 25 را به شکل ضریب در کنار چپ علامه جذر می نویسیم و حاصل ضرب را در تحت عدد 126 نوشته و تغییر علامه داده جمع می نمائیم.

5

$$\begin{array}{r}
 126 \\
 \hline
 125 \\
 -1 \\
 \hline
 1
 \end{array}$$

حاصل جمع عدد 1 می باشد ، بالای علامه جذر بطرف راست عدد 5 علامه اعشاریه را نوشته میکنیم با نوشتند علامه اعشاریه بالای علامه جذر سه صفر در پهلوی راست عدد 1 قرار میدهیم که عدد 1000 حاصل می شود.

$$\begin{array}{r}
 5. \\
 \sqrt[25]{126} \\
 \hline
 -125 \\
 \hline
 1000
 \end{array}$$

بخاطر بدست آوردن رقم بعدی جواب مربع عدد 5 عدد 25 را ضرب 300 نموده داریم:
 $25 \times 300 = 7500$

چون عدد 7500 بزرگتر از عدد 1000 بوده باز در بالای علامه جواب در کنار علامه اعشاریه یک صفر میگذاریم با وضع نمودن صفر در بالای علامه جواب در کنار راست عدد 1000 سه صفر دیگر قرار میدهیم که عدد 1000 به عدد 1000000 تبدیل می شود.

حال عدد 5.0 را عدد 50 پنداشته مربع ساخته ضرب 300 می نمائیم تا بتوانیم بكمک عدد حاصله رقم بعدی جواب را تعیین نمائیم :

$$50 \times 50 \times 300 = 750000$$

از مقایسه عدد 1000000 و عدد 750000 رقم بعدی را می توان عدد 1 تعیین نمود اکنون عدد 1 را با عدد 50 ضرب و حاصل ضرب عدد را ضرب عدد 30 نموده با مربع عدد 1 جمع کرده داریم.

$$50 \times 30 \times 1 + 1 = 1501$$

عدد 1501 را با عدد 750000 جمع نموده در کنار چپ علامه جذر مکعب به شکل ضریب نوشته با عدد 1 ضرب نموده در تحت عدد تحت جذر نوشته و با تغییر دادن علامه جمع میکنیم.

$$\begin{array}{r}
 5 \cdot 01 \\
 \hline
 126 \\
 -125 \\
 \hline
 100000 \\
 -751501 \\
 \hline
 248499
 \end{array}$$

نتیجه حاصل جمع مان عدد 248499 می باشد. باز هم بخاطر تعیین رقم بعدی عدد 5.01 را به 501 قبول نموده آنرا مربع ساخته ضرب 300 نموده داریم.

$$(501)(501)(300) = 75300300$$

چون حاصل جمع عدد شش رقمی بود و حاصل ضرب جواب با عدد 300 هشت رقمی می باشد بنادر کنار راست عدد 248499 سه صفر دیگر قرار می دهیم یعنی عدد 248499000 حاصل می شود.
عدد 0248499000 را به عدد 075300300 تقسیم می کنیم رقم بعدی را می توان عدد 3 تعیین نمود عدد 3 را بالای علامه جذر پهلوی راست 5.01 نوشتہ می کنیم.

عدد 501 را ضرب عدد 300 نموده بعداً ضرب 30 نموده با مربع عدد 3 یعنی عدد 9 جمع می کنیم.

$$501 \times 3 \times 30 + 9 = 45099$$

عدد 45099 را با عدد 75300300 جمع می کنیم

$$75300300 + 45099 = 75345399$$

عدد حاصله 75345399 را به شکل ضریب در کنار چپ علامه جذر مکعب نوشتہ با عدد 3 ضرب نموده حاصل ضرب را در تحت عدد تحت جذر نوشتہ با تغییر دادن علامه آنرا جمع می نمائیم.

$$\begin{array}{r}
 5.013 \\
 \hline
 126 \\
 -125 \\
 \hline
 100000 \\
 -751501 \\
 \hline
 248499000 \\
 -226036197 \\
 \hline
 22652803
 \end{array}$$

به همین منوال میتوان رقم های بعدی را با روش فوق تعیین نمود در حل مثال فوق محاسبه سه رقم بعد از علامه اعشاری اکتفا نموده جذر مکعب عدد 126 را چنین می نویسیم:

$$\sqrt[3]{126} \approx 5.013$$

جذر مکعب اعداد کسری

برای دریافت جذر مکعب اعداد کسری دو طریقه وجود دارد.

الف: اولاً جذر مکعب صورت و بعدهاً جذر مکعب مخرج را به دست آورده جذور حاصله را تقسیم می کنیم.

ب: عدد کسری را به عدد کسر اعشار تبدیل نموده جذر مکعب عدد کسر اعشار را محاسبه میداریم.

بطور مثال می خواهیم جذر مکعب کسر $\frac{125}{64}$ را بدست آریم.

حل: اولاً با استفاده از طریق الف جذر مکعب 125 و جذر مکعب عدد 64 را وضع نموده داریم:

$$\sqrt[3]{64} = 4 \quad , \quad \sqrt[3]{125} = 5$$

$$\sqrt[3]{\frac{125}{64}} = \frac{\sqrt[3]{125}}{\sqrt[3]{64}} = \frac{5}{4} = 1.25 \quad \sqrt[3]{\frac{125}{64}} = 1.25$$

با زهم مثال فوق را می خواهیم با استفاده از طریق ب حل نمائیم.

$$\frac{125}{64} = 1.953125$$

از حاصل تقسیم صورت و مخرج عدد 1.953125 حاصل گردید حال جذر مکعب عدد 1.953125 را محاسبه می کنیم:

$$\begin{array}{r}
 & 1 \\
 & \boxed{1.953125} \\
 1 \sqrt[3]{-1} & \\
 & \hline
 & 953
 \end{array}$$

عدد 1 را چند نموده بالای عدد 953 تقسیم نمودیم که در نتیجه رقم بعدی عدد 3 تعیین گردید با وضع نمودن عدد 3 در رقم بعدی ضریب عدد 399 حاصل گردید. هر گاه عدد 399 ضرب عدد سه گردد عدد حاصله از عدد 953 بیشتر می شود. بنابراین ضرب مذکور عدد 2 می باشد. حال ضریب چپ علامه جذر را چنان محاسبه می کنیم.

$$300 \times 1 + 30 \times 1 \times 2 + 4 = 364$$

هر گاه عدد 364 ضرب عدد 2 گردد عدد 728 حاصل می شود عدد حاصله را تحت عدد علامه جذر یعنی عدد 953 نوشه با تغییر دادن علامه جمع نموده در نتیجه عدد 225 حاصل می گردد.

$$\begin{array}{r}
 & 1.2 \\
 & \boxed{1.953125} \\
 1 \sqrt[3]{-1} & \\
 & \hline
 & 953 \\
 & -728 \\
 \hline
 & 225125
 \end{array}$$

بطرف راست عدد 225 بخاطر تعیین رقم دیگر جواب عدد 125 را پائین می کنیم. عدد 225 حاصل می شود. برای تعیین نمودن رقم بعدی عدد بالای علامه جذر 1.2 را عدد 12 قبول نموده مربع می سازیم. عدد 144 حاصل می شود عدد 144 را ضرب 300 نموده داریم:

$$300 \times 144 = 43200$$

حال عدد 225125 را بر عدد 43200 تقسیم می کنیم که قسمت تام حاصل تقسیم عدد 5 بوده

بناءً عدد 5 رقم بعدی جواب می باشد.

$$225125 \div 43200 = 5.2112268$$

عدد 5 را بالای علامه جذر مکعب به طرف راست عدد 2 نوشته بعداً ضریب طرف چپ علامه جذر

را چنان دریافت می داریم:

عدد 5 را ضرب عدد 12 نموده حاصل ضرب راضب عدد 30 نموده با عدد مربع عدد 5 جمع نموده داریم.

$$5 \times 12 = 60$$

$$60 \times 30 = 1800$$

$$1800 + 25 = 1825$$

عدد 1825 را به عدد 43200 جمع می کنیم.

$$43200 + 1825 = 45025$$

عدد 45025 ضریب بوده بطرف چپ علامه جذر مکعب مقابل عدد تحت جذر 225125 نوشته با

عدد 5 ضرب نموده حاصل را در زیر عدد 225125 نوشته عدد حاصل ضرب را با دادن تغییر علامه جمع می کنیم که در نتیجه صفر باقی می ماند.

$$\begin{array}{r} 1 \cdot 2 \ 5 \\ \hline 1. \ 9 \ 5 \ 3 \ 1 \ 2 \ 5 \\ - 1 \\ \hline 9 \ 5 \ 3 \\ - 7 \ 2 \ 8 \\ \hline 2 \ 2 \ 5 \ 1 \ 2 \ 5 \\ - 2 \ 2 \ 5 \ 1 \ 2 \ 5 \\ \hline 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \end{array}$$

محاسبه جذر مکعب اعداد منفی

برای محاسبه جذر مکعب اعداد منفی اولاً علامه منفی را بالای علامه جذر گذاشته بعد از شیوه که در مورد استخراج جذر اعداد مثبت بکار رفته استفاده بعمل می آوریم بطور مثال می خواهیم جذر عدد (-100) را بدست میاوریم.

اولاً عدد 100 - را در تحت علامه جذر مکعب قرار داده بعده ملاحظه میداریم که عدد 100 بین مکعبات کدام اعداد ها واقع بوده عدد کوچک را انتخاب منحیث جواب بالای علامه جذر مکعب بعد از علامه منفی می نویسیم با مراجعه به جدول مکعبات اعداد متوجه می گردیم که بین مکعبات اعداد (5 - 4) واقع بوده است عدد 4 را منحیث جواب پذیرفته بالای علامه جذر بعداً از علامه منفی می نویسیم.
مربع آن عدد 16 را بطرف چپ علامه جذر مکعب بشکل ضریب نوشته و حاصل ضرب (4×16) یعنی (-64) - را تحت عدد 100 - نوشته با تغییر دادن علامه جمع میکنیم که عدد 36 باقی می ماند اعشاریه را بطرف راست عدد 4 بالای علامه جذر مکعب نوشته بعداً سه صفر بطرف راست عدد 36000 می نویسیم.

$$\begin{array}{r} & -4 \\ \hline & -100 \\ 16 \sqrt[3]{} & \begin{array}{r} -64 \\ + \end{array} \\ & -36000 \end{array}$$

حالا بخاطر تعیین نمودن رقم بعدی مربع عدد 4 یعنی 16 را ضرب 300 نموده بالای عدد 36000 تقسیم مینماییم که عدد 7 بحیث رقم بعدی تعیین چون با تشکیل ضریب و ضرب نمودن عدد 7 به ضریب عدد بزرگتر از عدد 36000 حاصل می شود پس به همین منظور عوض عدد 7 عدد 6 را بالای علامه جذر بعد از علامه اعشاریه بجای جواب عدد 6 را بالای علامه جذر بعداز علامه اعشاریه بجای جواب عدد 6 را نوشته و عدد ضریب یعنی عدد 5556 را بدست آورده آنرا بطرف چپ علامه جذر نوشته و حاصل ضریب عدد 6 را با عدد 5556 تحت عدد تحت جذر یعنی (-36000) - نوشته بالای تغییر علامه جمع نموده داریم.

$$\begin{array}{r} & -4 \cdot 6 \\ \hline & -100 \\ 16 \sqrt[3]{} & \begin{array}{r} -64 \\ + \end{array} \\ & -36000 \\ & \begin{array}{r} -33336 \\ + \end{array} \\ & -2664000 \end{array}$$

درنتیجه عدد (2664) حاصل شد بازهم بطرف راست عدد (2664) سه صفر میگذاریم که عدد (2664000) حاصل میشود بخاطر تعیین نمودن رقم بعدی عدد (46) را عدد 46 تصور نموده آنرا مربع در ضرب 300 می سازیم.

$$(46)^2 \times 300 = 634800$$

عدد 2664000 را بر عدد 634800 تقسیم نمائیم قیمت تام حاصل تقسیم عبارت از رقم بعدی جواب می باشد در نتیجه عدد 4 قسمت تام حاصل تقسیم بوده که در جواب پهلوی راست عدد 4.6- بالای علامه جذر نوشته میکنیم. بازهم بخاطر تعیین ضریب عدد 4 را ضرب عدد 46 و بعداً ضرب عدد 30 نموده با مربع عدد 4 جمع نموده، حاصل جمع را با عدد 634800 جمع میکنیم که در نتیجه عدد 640336 حاصل میشود.

$$4.46 = 184$$

$$184.30 = 5520$$

$$5520 + 16 = 5536$$

$$5536 + 634800 = 640336$$

اکنون عدد ضریب را بطرف چپ علامه جذر مکعب نوشته با عدد 4 ضرب نموده حاصل ضرب را تحت عدد تحت جذر مکعب نوشته با تغیر دادن علامه حاصل ضرب جمع میکنیم و اگرخواسته باشیم ارقام بعدی جذر مکعب را محاسبه نمائیم مراحل فوق الذکر مکرراً تطبیق میداریم.

امتحان! اگر خواسته باشیم نتیجه حاصل را امتحان کنیم عدد (4.641) در سه مرتبه به نفس خودش ضرب می کنیم یعنی:

$$(-4.64)3 = (4.64)((-4.64)(-4.64))$$

$$(-464)3 = (-464)2(-4.64)$$

$$= (21.5296)(-4.64)$$

$$= 99.897344$$

عدد $99.897344 = 100$ - بوده که به اساس قانون روندافت مورد قبول میباشد.

$$\begin{array}{r}
 4 \cdot 6 4 \\
 \hline
 -100 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 16 \sqrt{3} \\
 \end{array} \quad \begin{array}{r}
 64 \\
 + \\
 \hline
 -36000
 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 5556 \\
 +33336 \\
 \hline
 -2664000
 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 640336 \\
 +2561344 \\
 \hline
 -102656
 \end{array}
 \end{array}$$

روش تحقیق

قسمی که مقدمه نذکر یافت. این روش بر اساس تحلیل و بررسی عمیق مفاهیم و موضوعات مرتبط به استخراج جذر مکعب طرح ریزی گردیده و تحقیق آن بر حسب تطبیقات نتیجه گیری شده است.

- **تحلیل:**

۱- نظر به تعریف جذر مکعب یک عدد اگر یک عدد به سه حامل ضربی مساوی تجزیه گردد، یکی ازین حامل ها بنام جذر مکعب همان عدد یاد می شود.

۲- رقم اول جذر را بكمک جدول مکعبات تعیین میداریم.

۳- جهت یافتن رقم بعدی سه رقم پایان می کنیم، چرا؟

پاسخ این چراز جدول مکعبات نتیجه می گردد. اگر ما به دقت متوجه جدول شویم میبینیم که مکعب بزرگترین عددیک رقمی(مکعب عدد ۹) یک عددسه رقمی بوده از همین سبب است که هنگام پایان نمودن ۴- تعیین نمودن رقم بعدی

❖ برای تعیین رقم بعدی، عدد را بیافتد. اگر عدد قبل از قدرت شده را a بنامیم، عدد حاصله ma^2 میشود.

❖ عدد تحت جذر مرحله دوم را تقسیم عدد حاصله $300a^2$ می نمائیم. قسمت تام خارج قسمت رقم بعدی میباشد. اگر عدد تحت جذر را x نامیده تقسیم عدد $300a^2$ نمائیم، قسمت تام خارج قسمت رقم بعدی است.

$$E[x \div 300a^2] = E[b.cdf] = b$$

فرض اگر رقم بعدی b است. عدد حاصله b را بالای علامه جذر در جوار عدد a مینویسیم.

۵- یافتن ضریب جوار جذر مکعب: برای تعیین ضریب جوار علامه جذر در مرحله دوم، عدد b را ضرب

با عدد $300a^2$ جمع می کنیم. همانگونه که در مرحله اول a^2 را ضریب جوار علامه جذر قرار داده

بودیم. این بار b را بالای مجموعه قبلی افزوده داریم:

$$300a^2 + 30ab + b^2 = \text{ضریب}$$

به عوض رابطه فوق میتوان از شکل ساده آن یعنی $(10a + b)^2 - 2b(b + 15a)$ کار ۳ کار گرفت.

۶- برای تعیین رقم های بعدی ارقام بالای جذر را عدد واحد در نظر گرفته و مراحل فوق الذکر را بالایش تطبیق میداریم.

قضیه: اگر a رقم اول جذر مکعب و b رقم دوم باشد. ضریب جوار علامه جذر $(10a + b)^2 - 2b(b + 15a)$ است.

ثبوت: از توضیحات محتوای این مجموعه داریم:

$$\text{ضریب} = 300a^2 + 30ab + b^2$$

$$\text{ضریب} = 3(100a^2 + 10ab) + b^2$$

$$\text{ضریب} = 3[(10)^2 a^2 + 10ab] + b^2$$

با استفاده از روش جمع و تفریق حدود مناسب داریم.

$$\text{ضریب} = 3[(10a)^2 + 10ab] + b^2 + 2b^2 - 2b^2$$

$$\text{ضریب} = 3[(10a)^2 + 10ab] + 3b^2 - 2b^2$$

$$\text{ضریب} = 3[(10a)^2 + 10ab + b^2] - 2b^2 \dots .1$$

اکنون افاده $(10a)^2 + 10ab + b^2$ را به شکل یک مربع کامل تبدیل کنیم.

$$[(10a)^2 + 10ab + b^2] = (10a)^2 + 10ab + b^2 + 10ab - 10ab$$

$$[(10a)^2 + 10ab + b^2] = (10a)^2 + 20ab + b^2 - 10ab$$

$$[(10a)^2 + 10ab + b^2] = (10a + b)^2 - 10ab \dots .2$$

قیمت افاده $(10a)^2 + 10ab + b^2$ را از رابطه 2 به رابطه 1 وضع نموده داریم.

$$\text{ضریب} = 3[(10a + b)^2 - 10ab] - 2b^2$$

$$\text{ضریب} = 3(10a + b)^2 - 30ab - 2b^2$$

$$\text{ضریب} = 3(10a + b)^2 - 2b(b + 15a)$$

در بخش تطبیقات کاربرد موضوع فوق را عملانجام میدهیم.

نتایج

از لابلای مطالعه و بررسی محتوای مجموعه هذا نتایج ذیل حاصل می‌گردد.

۱- برای تعیین اولین رقم جذر مکعب از جدول مکعبات استفاده می‌کنیم.

۲- در جذر مکعب عدد تحت جذر راسه سه خانه از راست به چپ جدا می‌کنیم در صورتی که عدد اعشاری دار باشد. قسمت تمام را از طرف راست بطرف چپ سه سه خانه جدا میداریم و قسمت اعشاری را از چپ به راست سه سه خانه جدا می‌کنیم. در صورتی که رقم‌های اعشاری سه خانه را پوره نکند به تعداد خانه موردنیاز صفرها قرار میدهیم.

۳- اعداد اعشاری بالای جذر راهنمای محاسبه ضریب عدد تمام فرض میداریم.

۴- ارقام اعشاری دار جذر را بخاطر تعیین رقم بعدی همواره عدد تمام در نظر می‌گیریم. طور مثال

اگر عدد جذر ما ۱.۲ باشد آن راهنمای محاسبه رقم بعدی عدد ۱۲ مد نظر می‌گیریم.

۵- در اثنای تعیین رقم بعدی یعنی تقسیم عدد تحت جذر بر $3^0 = 1$ چندمربع رقم قبلی خارج قسمت عدد دو رقمی حاصل گردد. درینصورت رقم بعدی عدد ۹ است.

تطبيقات

فورمول ضریب را در حل مثال‌های ذیل بکار برد در واقع از روش استنباطی استفاده به عمل می‌آوریم. اینک در ذیل توجه شما را به حل مثال‌های قبلی به روش استنباطی معطوف میداریم.
مثال ۱: مطلوب است!

$\sqrt[3]{3\ 0\ \underline{3\ 7\ 1}\ \underline{3\ 2\ 8}} = ?$

موقعیت عدد ۳۰ در جدول مکعبات $4^3 < 30 < 3^3$ بوده بنابراین اول $a = 3$ است. عدد $3^2 = 9$ را علامه جذر نوشته و مربع عدد ۳ یعنی عدد ۹ را در جوار چپ علامه جذر می‌نویسیم. حاصل ضرب اعداد ۳ و ۹ را تحت عدد ۳۰ تحریر میداریم.

$$\begin{array}{r}
 3 \\
 \sqrt[3]{3\ 0\ \underline{3\ 7\ 1}\ \underline{3\ 2\ 8}} \\
 9 \quad | \quad 2\ 7 \\
 \hline
 3\ 3\ 7\ 1
 \end{array}$$

برای تعیین رقم دوم b مربع عدد $3 = a$ یعنی عدد ۹ را ضرب ۳۰۰ می‌کنیم. اکنون عدد ۳۳۷۱ را تقسیم عدد ۲۷۰۰ می‌کنیم:

$$b = E[3371 \div 2700] = E[1.248518] = 1$$

درنتیجه قیمت $b = 1$ حاصل می‌شود.

ضریب رامحاسبه میداریم:

$$\text{ضریب} = 3(10a + b)^2 - 2b(b + 15a)$$

$$\text{ضریب} = 3(10 \cdot 3 + 1)^2 - 2 \cdot 1(1 + 15 \cdot 3)$$

$$\text{ضریب} = 3(31)^2 - 2(1 + 45)$$

$$\text{ضریب} = 3 \cdot 961 - 2(46)$$

$$\text{ضریب} = 2883 - 92$$

$$\text{ضریب} = 2791$$

عدد $b = 1$ را بالای علامه جذر در جوار عدد 3 تحریر نموده و عدد 2791 را پهلوی علامه جذر

قرار داده و حاصل ضرب عدد 1 را با 2791 بدست آورده زیر عدد تحت جذر نوشته تفریق میداریم.

$$\begin{array}{r}
 & 3 & 1 \\
 & \boxed{3 & 0 & \underline{\underline{3}} & \underline{\underline{7}} & 1 & \underline{\underline{3}} & \underline{\underline{2}} & 8} \\
 9 & \underline{\underline{2}} & \underline{\underline{7}} \\
 & \hline
 & 3 & 3 & 7 & 1 \\
 2791 & \underline{\underline{2}} & \underline{\underline{7}} & 9 & 1 \\
 & \hline
 & 5 & 8 & 0 & 3 & 2 & 8
 \end{array}$$

در این مرحله عدد $a = 31$ فرض نموده مربع عدد 31 را ضرب 300 نموده داریم.

$$31^2 \cdot 300 = 288300$$

بخاطر تعیین رقم بعدی عدد 580328 را تقسیم عدد 288300 می نمائیم.

$$b = E[580328 \div 288300] = E[2.01293098] = 2$$

درنتیجه قیمت $b = 2$ حاصل شد

ضریب رامحاسبه میداریم:

$$\text{ضریب} = 3(10a + b)^2 - 2b(b + 15a)$$

$$\text{ضریب} = 3(10 \cdot 31 + 2)^2 - 2 \cdot 2(2 + 15 \cdot 31)$$

$$\text{ضریب} = 3(97344)^2 - 4(467)$$

$$\text{ضریب} = 97344 - 1868$$

$$\text{ضریب} = 290164$$

عدد $b = 2$ را بالای علامه جذر در جوار عدد 31 تحریر نموده و عدد 290164 را پهلوی علامه

جذر قرار داده و حاصل ضرب عدد 2 را با 290164 بدست آورده زیر عدد تحت جذر نوشته تفریق

میداریم:

$$\begin{array}{r}
 & 3 & 1 & 2 \\
 \hline
 & 3 & 0 & \underline{\underline{3}} & \underline{\underline{7}} & \underline{\underline{1}} & \underline{\underline{3}} & \underline{\underline{2}} & \underline{\underline{8}} \\
 9 & \underline{\underline{2}} & \underline{\underline{7}} \\
 \hline
 & 3 & 3 & 7 & 1 \\
 2791 & \underline{\underline{2}} & \underline{\underline{7}} & \underline{\underline{9}} & \underline{\underline{1}} \\
 \hline
 & 5 & 8 & 0 & 3 & 2 & 8 \\
 290164 & \underline{\underline{5}} & \underline{\underline{8}} & \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{3}} & \underline{\underline{2}} & \underline{\underline{8}} \\
 \hline
 & & & & & & 0
 \end{array}$$

مثال ۲: می خواهیم جذر مکعب عدد (-100) را بدست میابیم.

حل: عدد (-100) را تحت علامه جذر مکعب نوشته علامه منفی را بالای علامه درجای جواب تحریر نموده و موقعیت عدد 100 را در جدول مکعبات سراغ میکنیم. $5^3 < 100 < 4^3$ بنارقم اول $a = 4$ است. عدد 4 بالای علامه جذر نوشته و مربع عدد 4 یعنی عدد 16 را در جوار چپ علامه جذر می نویسیم. حاصل ضرب اعداد 4 و 16 را تحت عدد 100 تحریر کرده تفریق میداریم.

$$\begin{array}{r}
 -4 \\
 \hline
 \sqrt[3]{-100} \\
 \hline
 16 \quad \boxed{3} \quad 64 \\
 -36000
 \end{array}$$

- برای تعیین رقم دوم b مربع عدد 4 یعنی عدد 16 را ضرب 300 می کنیم. اکنون عدد 36000 را تقسیم عدد 4800 می کنیم:

$$b = E[36000 \div 4800] = E[7.5] = 7$$

درنتیجه قیمت $b = 7$ حاصل میشود.

- ضریب را محاسبه میداریم:

$$\text{ضریب} = 3(10a + b)^2 - 2b(b + 15a)$$

$$\text{ضریب} = 3(10 \cdot 4 + 7)^2 - 2 \cdot 7(7 + 15 \cdot 4)$$

$$\text{ضریب} = 3(47)^2 - 14(67)$$

$$\text{ضریب} = 3 \cdot 2209 - 938$$

$$\text{ضریب} = 5689$$

• عدد $b = 7$ را بالای علامه جذر در جوار عدد 4 تحریر نموده و عدد 5689 را پهنلای علامه جذر قرار داده و حاصل ضرب عدد 7 را با 5689 بدست می آوریم:

$$7 \cdot 5689 = 39823$$

زیرا عدد مذکور از عدد تحت جذر بزرگتر بوده قیمت b را از 7 به 6 تنزیل میدهیم و حسب آن ضریب را محاسبه میداریم:

• قیمت $b = 6$ وضع نموده، ضریب را محاسبه میداریم:

$$\text{ضریب} = 3(10a + b)^2 - 2b(b + 15a)$$

$$\text{ضریب} = 3(10 \cdot 4 + 6)^2 - 2 \cdot 6(6 + 15 \cdot 4)$$

$$\text{ضریب} = 3(46)^2 - 12(66)$$

$$\text{ضریب} = 3 \cdot 2116 - 792$$

$$\text{ضریب} = 5556$$

• عدد $b = 6$ را بالای علامه جذر در جوار عدد 4 تحریر نموده و عدد 5556 را پهنلای علامه جذر قرار داده و حاصل ضرب عدد 6 را با 5556 بدست آورده زیر عدد تحت جذر نوشته تفاضل میداریم:

$$\begin{array}{r}
 & - 4 \cdot 6 \\
 & \hline
 & - 100 \\
 16 \sqrt{ } & 3 \overline{)64} \\
 & + 64 \\
 \hline
 & - 36000 \\
 5556 & \overline{- 33336} \\
 & \hline
 & - 2664000
 \end{array}$$

• برای تعیین رقم بعدی b مربع عدد 46 را ضرب 300 می کنیم. اکنون عدد 634800 را تقسیم عدد 2664000 می کنیم:

$$b = E[2664000 \div 634800] = E[4.196597] = 4$$

• در نتیجه قیمت $b = 4$ حاصل میشود. اکنون ضریب را محاسبه میداریم:

$$\text{ضریب} = 3(10a + b)^2 - 2b(b + 15a)$$

$$\text{ضریب} = 3(10 \cdot 46 + 4)^2 - 2 \cdot 4(4 + 15 \cdot 46)$$

$$\text{ضریب} = 3(464)^2 - 8(694)$$

$$\text{ضریب} = 3 \cdot 215296 - 5552$$

$$\text{ضریب} = 640336$$

• عدد $b = 4$ را بالای علامه جذر در جوار عدد 46 تحریر نموده و عدد 640336 را پهلوی علامه جذر قرار داده و حاصل ضرب عدد 4 را با 640336 بدست آورده زیر عدد تحت جذر نوشته تفریق میداریم.

$$\begin{array}{r}
 & 4 \bullet 6 4 \\
 & \hline
 & -100 \\
 16 \sqrt[3]{ & 64 \\
 & \overline{-36000} \\
 5556 & \overline{\quad \quad \quad 36} \\
 & \boxed{-2664000} \\
 640336 & \boxed{\quad \quad \quad 2561344} \\
 & \hline
 & -102656
 \end{array}$$

مثال ۳: جذر مکعب عدد 2 را محاسبه می کنیم.

حل: موقعیت عدد 2 در جدول مکعبات $1^3 < 2 < 2^3$ بوده بنابرقم اول $a = 1$ است. عدد 1 را بالای علامه جذر نوشته و مربع عدد 1 یعنی عدد 1 را در جوار چپ علامه جذر می نویسیم. حاصل ضرب اعداد 1 و 1 را تحت عدد 2 تحریر میداریم.

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 \hline
 2 \\
 1 \sqrt[3]{-1} \\
 \hline
 1
 \end{array}$$

برای تعیین رقم بعدی دربالای علامه جذر جوار عدد ۱ اعشاریه نوشته و در پهلوی عدد ۱ تحت جذر سه صفر مینویسیم.

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 2 \\ 1 \sqrt{1000} \\ \hline -1 \\ \hline 1000 \end{array}$$

- برای تعیین رقم دوم b مربع عدد ۱ را ضرب ۳۰۰ می کنیم. اکنون عدد ۳۰۰ را تقسیم عدد ۱۰۰۰ می کنیم:

$$b = E[1000 \div 300]$$

$$b = E[3.\bar{3}]$$

$$b = 3$$

درنتیجه قیمت $b = 3$ حاصل شد.

• ضریب را محاسبه میداریم:

$$\text{ضریب} = 3(10a + b)^2 - 2b(b + 15a)$$

$$\text{ضریب} = 3(10 \cdot 1 + 3)^2 - 2 \cdot 3(3 + 15 \cdot 1)$$

$$\text{ضریب} = 3(13)^2 - 6(18)$$

$$\text{ضریب} = 3 \cdot 169 - 108$$

$$\text{ضریب} = 507 - 108$$

$$\text{ضریب} = 399$$

عدد ۳ را ضرب عدد ۳۹۹ می کنیم. $1197 \cdot 3 = 399$ عدد ۱۱۹۷ از عدد تحت جذر بزرگتر است. فلهذا عوض ۳ برای b قیمت ۲ را انتخاب نموده ضریب را دوباره محاسبه می کنیم.

$$\text{ضریب} = 3(10a + b)^2 - 2b(b + 15a)$$

$$\text{ضریب} = 3(10 \cdot 1 + 2)^2 - 2 \cdot 2(2 + 15 \cdot 1)$$

$$\text{ضریب} = 3(12)^2 - 4(17)$$

$$\text{ضریب} = 3 \cdot 144 - 68$$

$$\text{ضریب} = 432 - 68$$

$$\text{ضریب} = 364$$

- عدد ۲ را بالای علامه جذر در جوار عدد ۱ تحریر نموده و عدد ۴ را پهلوی علامه جذر قرار داده و حاصل ضرب عدد ۲ را با ۳۶۴ بدست می آوریم:

$$2 \cdot 364 = 728$$

عدد 728 را برعده تحت جذنوشه تفريقي می کنيم:

$$\begin{array}{r}
 1 \cdot 2 \\
 \hline
 2 \\
 1 \cdot 3 \sqrt{-1} \\
 \hline
 1000 \\
 364 - 728 \\
 \hline
 272000
 \end{array}$$

برای تعیین رقم بعدی b مربع عدد $a = 12$ یعنی عدد 144 را ضرب 300 می کنيم.

$$144 \cdot 300 = 43200$$

اکنون عدد 272000 را تقسيم عدد 43200 می کنيم:

$$b = E[272000 \div 43200]$$

$$b = E[6.296296]$$

$$b = 6$$

درنتيجه قسمت تمام عدد قيمت $b = 6$ حاصل ميشود.

ضريب رامحاسبه ميداريم:

$$\text{ضريب} = 3(10a + b)^2 - 2b(b + 15a)$$

$$\text{ضريب} = 3(10 \cdot 12 + 6)^2 - 2 \cdot 6(6 + 15 \cdot 12)$$

$$\text{ضريب} = 3(126)^2 - 12(186)$$

$$\text{ضريب} = 3 \cdot 15625 - 2232$$

$$\text{ضريب} = 46875 - 2232$$

$$\text{ضريب} = 45396$$

عدد 45396 را ضرب عدد 6 نمائيم عدد 272376 حاصل می شود. که از عدد بيشتر 272000

است. ازين سبب عدد 6 را به عدد 5 تنزييل داده ضريب رامجدداً محاسبه می کنيم:

ضريب رامحاسبه ميداريم:

$$\text{ضريب} = 3(10a + b)^2 - 2b(b + 15a)$$

$$\text{ضریب} = 3(10 \cdot 12 + 5)^2 - 2 \cdot 5(5 + 15 \cdot 12)$$

$$\text{ضریب} = 3(125)^2 - 10(185)$$

$$\text{ضریب} = 3 \cdot 15625 - 1850$$

$$\text{ضریب} = 46875 - 1850$$

$$\text{ضریب} = 45025$$

- عدد 45025 را ضرب عدد 5 نمائیم عدد 225125 حاصل می شود. عدد حاصله 225125 را تحت عدد تحت جذر نوشته تفریق میداریم.

$$\begin{array}{r}
 & 1 \cdot 2 \cdot 5 \\
 & \hline
 & 2 \\
 1 \sqrt{ } 3 & \overline{-1} \\
 & \hline
 & 1000 \\
 364 & \overline{-728} \\
 & \boxed{272000} \\
 45025 & \overline{-225125} \\
 & \hline
 & 46875
 \end{array}$$

- اگر خواسته باشیم باز هم ارقام بعدی را حساب کنیم درینصورت پهلوی عدد تحت جذر سه صفر قرار میدهیم. بعداً عدد بالای جذر را مربع ساخته ضرب 300 میداریم. عدد 00 46875 بدست می آید. عدد تحت جذر 468750 00 را تقسیم 46875 00 نموده داریم.

$$b = E[468750 00 \div 46875 00]$$

$$b = E[10] \Rightarrow b = 9$$

از اینکه مادر تعیین رقم حق انتخاب عدد یک رقمی را داریم بنابراین عدد 10 را انتخاب میداریم.

• ضریب را محاسبه میداریم:

$$\text{ضریب} = 3(10a + b)^2 - 2b(b + 15a)$$

$$\text{ضریب} = 3(10 \cdot 125 + 9)^2 - 2 \cdot 9(9 + 15 \cdot 125) = 3(1259)^2 - 18(1884)$$

$$\text{ضریب} = 3 \cdot 1585081 - 33912 = 4755243 - 33912$$

$$\text{ضریب} = 4721331$$

عدد ۹ را بالای علامه جذر پهلوی ۱.۲۵۹ می نویسیم که عدد بالای جذر ۱.۲۵۹ می شود. عدد ۴۷۲۱۳۳۱ را در جوار علامه جذر بجای ضریب تحریر داشته و عدد ۹ را با ضریب ضرب نموده زیر عدد تحت جذر نوشته تفریق میداریم.

$$\begin{array}{r}
 1 \cdot 2 \overline{5} 9 \\
 \hline
 2 \\
 1 \overline{3} \sqrt{-1} \\
 \hline
 1000 \\
 364 - 728 \\
 \hline
 272000 \\
 - 225125 \\
 \hline
 46875000 \\
 - 42491979 \\
 \hline
 4383021
 \end{array}$$